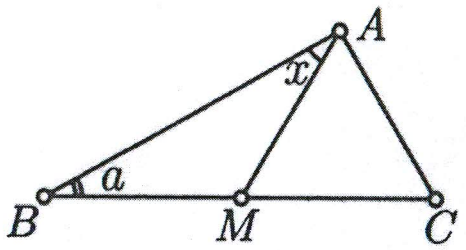
E:14682. *Se consideră triunghiul ABC în care $m(\sphericalangle A) = 2 \cdot m(\sphericalangle B) + 30°$. Punctul M este situat pe segmentul (BC) astfel încât $AM = AC$.*

Dacă $m(\sphericalangle MAC) = 2 \cdot m(\sphericalangle MAB)$, arătaţi că $BM = MC$.

Cristina Vijdeluc şi *Mihai Vijdeluc*, Baia Mare



Soluţia. Notăm $a = m(\sphericalangle ABC)$ şi $x = m(\sphericalangle BAM)$. Avem $m(\sphericalangle BAC) = 2a + 30°$ şi $m(\sphericalangle CAM) = 2x$, din ipoteză. Atunci $3x = 2a + 30°$, de unde $x = \frac{2a}{3} + 10°$. (2p)

Pe de altă parte avem $m(\sphericalangle AMC) = a + x = \frac{5a}{3} + 10°$ (1p) ca unghi exterior $\triangle AMB$. Cum $AM = AC$ vom avea $m(\sphericalangle ACM) = \frac{5a}{3} + 10°$. (1p)

Acum, în $\triangle ABC$ avem $a + 2a + 30° + \frac{5a}{3} + 10° = 180°$, de unde $a = 30°$, (1p) apoi $x = 30°$ şi $m(\sphericalangle AMC) = 60°$. Rezultă acum că triunghiul ABM este isoscel, de unde $BM = AM$, (1), iar $\triangle AMC$ este echilateral, de unde $AM = AC = CM$, (2). (1p)

Din (1) şi (2) rezultă $BM = MC$. (1p)